



- Einfluss der Luftdichtheit auf den Heizwärme- und Klimakältebedarf bei neuen Einfamilienhäusern
- Untersuchung von Dunstabzugssystemen in Wohnküchen
- Grenzschichtdicke an einer angeströmten Fläche – Ermittlung thermodynamischer und aerodynamischer Größen
- Ökobilanzierung adaptiver Hüllen und Strukturen
- Emissivität von Zink-Aluminiumüberzügen unter Brandlast und Wirkung auf den Feuerwiderstand

# Neudefinition und Messung der Grenzschichtdicke an einer angeströmten Fläche

## Ermittlung thermodynamischer und aerodynamischer Größen hieraus

In dieser Publikation werden die theoretische Grundlage sowie eine Messeinrichtung beschrieben, um den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten sowie die Scherspannung an einer angeströmten Wand zu messen. Hierzu misst das Convective Heattransfer Meter (CHM) den Temperaturabfall innerhalb der Strömungsgrenzschicht.

Für exponentiell ablaufende zeitliche Prozesse ist die Zeitkonstante  $\tau$  definiert als diejenige Zeitspanne, nach welcher eine Größe  $A(t)$  auf das  $1/e$ -fache des Ursprungswerts abgefallen ist, mit der Euler-Zahl  $e = 2,718\dots$ . Analog hierzu wird in diesem Beitrag für räumliche Prozesse mit exponentieller Annäherung anstelle der Zeitkonstanten  $\tau$  die Grenzschichtdicke  $d$  vorgeschlagen. Ein solcher Prozess liegt im viskosen Grenzschichtbereich einer angeströmten Wand vor. Dabei erfährt die parallel zur Wandoberfläche verlaufende Strömung  $U(y)$  aufgrund der Viskosität der Luft und der Reibung der Wandoberfläche eine Abbremsung bis hin zur Haftbedingung an der Wandoberfläche. Die neu definierte Grenzschichtdicke  $d$  ist jener Abstand von der Wand  $y = d$ , für den gilt, dass die lokale Strömungsgeschwindigkeit  $U_{(y=d)}$  auf das  $(1-e^{-1})$ -fache der makroskopischen Strömungsgeschwindigkeit  $U_{(y=\infty)}$  angestiegen ist. Im Unterschied zur oft verwendeten Grenzschichtdicke  $\delta$ , für die die Schwelle definitionsgemäß bei 99 % von  $U_{(y=\infty)}$  liegt, bietet die Neudefinition der Grenzschichtdicke  $d$  Vorteile hinsichtlich deren Messbarkeit sowie der Ermittlung der konvektiven Wärmeübertragung und der Ermittlung der Scherspannung an angeströmten Körpern.

**Stichworte** Grenzschichtdicke; Convective Heattransfer Meter; konvektiver Wärmeübergangskoeffizient; Scherspannung; Grenzschichtmessung

### New definition and measurement of the boundary layer thickness on a wall – Determination of thermodynamic and aerodynamic quantities

This publication describes the theoretical basis and a measuring device to measure the convective heat transfer coefficient and the shear stress on a wall exposed to the flow. For this purpose, the Convective Heat Transfer Meter (CHM) measures the temperature gradient within the flow boundary layer.

For exponential time processes, the time constant  $\tau$  is defined as the period of time after which a quantity  $A(t)$  has declined to a fraction of  $1/e$  of the initial value, with the Eulerian number being 2.718... Analogous to this, the boundary layer thickness  $d$  is proposed for spatial processes with exponential approximation instead of the time constant  $\tau$ . Such a process occurs in the viscous boundary layer area of a wall exposed to flow. The flow velocity  $U(y)$  running parallel to the wall surface is decelerated due to the viscosity of the air and the friction of the wall surface until it reaches the condition of adhesion to the wall surface. The newly defined boundary layer thickness  $d$  is the distance from the wall  $y = d$  for which the local flow velocity  $U_{(y=d)}$  has reached the fraction of  $(1-e^{-1})$  from the macroscopic flow velocity  $U_{(y=\infty)}$ . In contrast to the frequently used boundary layer thickness  $\delta$ , for which the threshold is by definition 99 % of  $U_{(y=\infty)}$ , the new definition of the boundary layer thickness  $d$  offers advantages in terms of its measurability and the determination of the convective heat transfer and the determination of the shear stress on bodies in contact with the flow.

**Keywords** boundary layer thickness; convective heat transfer meter; convective heat transfer coefficient; shear stress; boundary layer measurement

## 1 Einführung

Unter Grenzschicht versteht man meist einen bestimmten Bereich eines strömenden Mediums (Fluid, d. h. Gas oder Flüssigkeit) in der Nähe eines Körpers, z. B. einer Wand. Es ist dies derjenige Bereich des Fluids, in dem dessen Viskosität und die Rauigkeit der Wandoberfläche ein Geschwindigkeitsprofil und ggf. ein Temperaturprofil senkrecht zur Wand verursachen. Gemäß der von Ludwig Prandtl 1904 [1] eingeführten Grenzschichttheorie erfährt die parallel zur Wand in  $x$ -Richtung verlaufende ungestörte Strömung  $U_{y=\infty}$  durch die Viskosität des Mediums und der reibenden Oberfläche eine Abbremsung auf 0 m/s. Dabei wird oft derjenige Abstand in Normalenrichtung  $y$  zur Wand, bei dem die Geschwindigkeit  $U_y$  den Wert  $U_{y=\delta} = 0,99 \cdot U_{y=\infty}$  erreicht, als Grenzschichtdi-

cke  $\delta$  definiert. Im Folgenden wird eine Neudefinition der Grenzschichtdicke vorgeschlagen. Diese verwendet den bei Dissipationsprozessen üblichen exponentiellen Ansatz. Wie gezeigt wird, ist diese Neudefinition sowohl hilfreich bei der Entwicklung einer Messmethode für die Grenzschichtdicke als auch für die Ermittlung von Größen, wie die konvektive Wärmestromdichte oder die Scherspannung an der angeströmten Fläche.

## 2 Neudefinition der Grenzschichtdicke

### 2.1 Zeitliche exponentielle Annäherung

Kennzeichen sogenannter exponentieller Prozesse ist, dass eine z. B. zeitliche Änderung  $dA/dt$  einer Größe  $A(t)$

proportional ist zur Größe  $A$ . Dies gilt sowohl für ein exponentielles Wachstum, z. B. bei einer Pandemie, als auch für eine exponentielle Abnahme, z. B. beim radioaktiven Zerfall. Der Prozess der exponentiellen Abnahme wird mit der Differentialgleichung (DGL)

$$-\tau \cdot \frac{dA}{dt} = A(t) \quad (1)$$

beschrieben, mit der Lösung

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

Dabei ist  $\tau$  die Zeitkonstante, also die Zeitspanne  $t = \tau$ , nach welcher die Anfangsgröße  $A_0$  auf den Wert

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A_0}{e} \quad (3)$$

abgefallen ist, mit der Euler-Zahl  $e = 2,718\dots$

Für  $t = \infty$  spricht man von exponentieller Annäherung an den Wert  $A(t = \infty)$ , in diesem Fall:

$$A_\infty = A_0 \cdot e^{-\infty} = 0 \quad (4)$$

Falls  $A_\infty \neq 0$ , lautet die Differentialgleichung Gl. (1):

$$-\tau \cdot \frac{dA}{dt} = A(t) - A_\infty \quad (5)$$

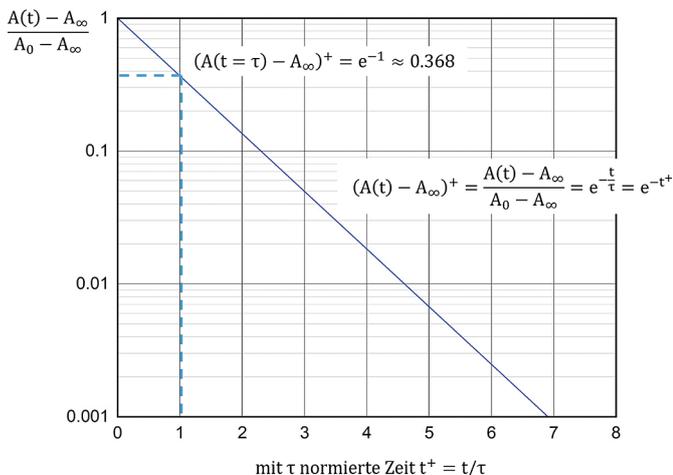
und deren Lösung:

$$A(t) = A_\infty + (A_0 - A_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (6)$$

umgeformt:

$$A(t) - A_\infty = (A_0 - A_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7)$$

Der Kurvenverlauf hierfür ergibt mit einer logarithmischen Ordinatenkala und einer linearen Abszissenskala eine Gerade, siehe Bild 1.



**Bild 1** Graph einer im logarithmischen Maßstab dargestellten, exponentiell mit der Zeit abnehmenden Größe  $A(t)$ , mit deren Anfangswert  $A_{t=0} = A_0$ , und deren Endwert  $A_{t=\infty} = A_\infty$ . Graph of a quantity  $A(t)$  represented in logarithmic scale, decreasing exponentially with time, with its initial value  $A_{t=0} = A_0$ , and its final value  $A_{t=\infty} = A_\infty$ .

Zur Verallgemeinerung werden in Bild 1 die folgenden dimensionslosen, normierten Größen verwendet:

$$(A(t) - A_\infty)^+ = \frac{A(t) - A_\infty}{A_0 - A_\infty} \quad (8)$$

$$t^+ = \frac{t}{\tau} \quad (9)$$

Für  $t^+ = 1$ , also  $t = \tau$ , wird der Ordinatenwert:  $(A(t) - A_\infty)^+$  zu  $1/e \approx 0,368$ . Bild 1 beschreibt also eine exponentielle Annäherung von  $A(t) - A_\infty$ , bzw.  $(A(t) - A_\infty)^+$  an den Wert 0 für zunehmende  $t$ -Werte.

## 2.2 Räumliche exponentielle Annäherung, Fluidströmung an einer Wand

Im Folgenden werden die im vorigen Abschnitt wiedergegebenen Gleichungen der zeitlichen exponentiellen Annäherung auf Prozesse mit räumlicher exponentieller Annäherung übertragen. Ein solcher Prozess liegt vor im viskosen Grenzschichtbereich einer Wand mit einem vorbeiströmenden Medium (Fluid: Gas oder Flüssigkeit). Dabei erfährt die parallel zur Wandoberfläche und relativ zur Wand in  $x$ -Richtung verlaufende Geschwindigkeit des Mediums  $U(y)$  aufgrund der Viskosität des Fluids und der Reibung der Wandoberfläche eine Abbremsung von  $U_{y=\infty}$  auf  $U_{y=0} = 0$  m/s, mit der  $y$ -Achse in Normalenrichtung zur Wand, (Prandtl-Randbedingung).  $U_{y=\infty}$  ist dabei die ungestörte Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht. Hier wird, in Analogie zur o. g. zeitlichen exponentiellen Annäherung, eine räumliche exponentielle Annäherungsgleichung für das lokale Geschwindigkeitsgefälle  $dU_y/dy$  am Ort  $x$  in der Normalenrichtung  $y$  vorgeschlagen.

Die der Geschwindigkeit  $U_{y=\infty}$  durch Reibung an der Oberfläche entgegengerichtete „Abbremsgeschwindigkeit“ ist:

$$U_{y=\infty} - U(y) = U_{y=\infty} \cdot e^{-\frac{y}{d}} \quad (10)$$

wobei die hier neudefinierte Grenzschichtdicke  $d$  jener Abstand  $y = d$  ist, für den gilt:

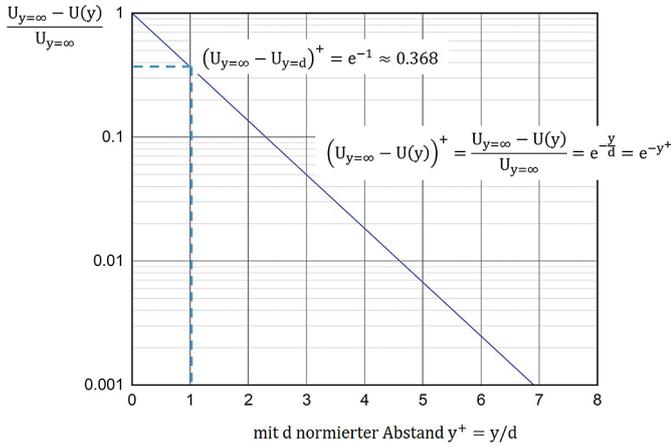
$$\begin{aligned} U_{y=\infty} - U_{y=d} &= U_{y=\infty} \cdot e^{-\frac{d}{d}} \\ &= U_{y=\infty} \cdot e^{-1} \approx 0,368 \cdot U_{y=\infty} \end{aligned} \quad (11)$$

Die der Gl. (10) zugrunde liegende Differentialgleichung, welche den hier vorliegenden dissipativen Prozess beschreibt, lautet, analog zu Gl. (5):

$$-d \cdot \frac{dU}{dy} = U(y) - U_{y=\infty} \quad (12)$$

Bild 2 gibt den Zusammenhang von  $U(y)$ ,  $y$  und  $d$  analog zu Bild 1 grafisch wieder.

Auch hier wurden dimensionslose, normierte Größen, unter Berücksichtigung von  $U_{y=0} = 0$  m/s, verwendet:



**Bild 2** Graph der im logarithmischen Maßstab dargestellten „Abbremsgeschwindigkeit“  $U_{y=\infty} - U(y)$ . Dabei ist  $U(y)$  die parallel zur Wandoberfläche und relativ zur Wand in x-Richtung verlaufende Fluidgeschwindigkeit im Abstand  $y$  senkrecht zur Wandfläche. Diese erfährt aufgrund der Viskosität des Fluids und der Reibung an der Wandoberfläche eine Abbremsung von  $U_{y=\infty}$  (ungestörte Geschwindigkeit  $U(y)$  außerhalb der Grenzschicht) auf  $U_{y=0} = 0$  m/s (Prandtl'sche Grenzschichtbedingung).  
Graph of the “deceleration velocity”  $U_{y=\infty} - U(y)$  shown in logarithmic scale, where  $U(y)$  is the fluid velocity parallel to the wall surface and relative to the wall in the x-direction at a distance  $y$  perpendicular to the wall surface.  $U(y)$  experiences a deceleration from  $U_{y=\infty}$  (undisturbed velocity  $U(y)$  outside the boundary layer) to  $U_{y=0} = 0$  m/s (Prandtl’s boundary layer condition) due to the viscosity of the fluid and the friction at the wall surface.

$$(U_{y=\infty} - U(y))^+ = \frac{U_{y=\infty} - U(y)}{U_{y=\infty}} \quad (13)$$

und

$$y^+ = \frac{y}{d} \quad (14)$$

Damit wird aus Gl. (10):

$$(U_{y=\infty} - U(y))^+ = e^{-y^+} \quad (15)$$

oder

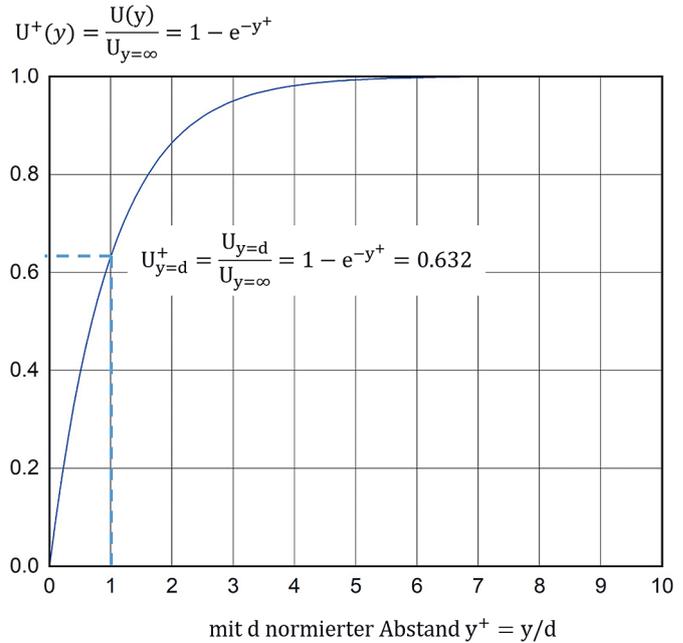
$$U^+(y) = \frac{U(y)}{U_{y=\infty}} = 1 - e^{-y^+} \quad (16)$$

Für  $y^+ = 1$ , also  $y = d$ , wird der Ordinatenwert  $(U_{y=\infty} - U_y)^+$  zu  $1/e \approx 0,368$ . Auch Bild 2 beschreibt also eine exponentielle Annäherung, hier von  $U_{y=\infty} - U_y$ , bzw.  $(U_{y=\infty} - U_y)^+$  an den Wert 0 für zunehmende  $y$ -Werte. Bild 3 gibt den Inhalt von Bild 2 mit linearen Skalen wieder.

Die Umrechnung der oft verwendeten Grenzschichtdicke  $\delta$  in die neu definierte Grenzschichtdicke  $d$  erfolgt unter Nutzung von Gl. (10)

$$U_{y=\delta} = U_{y=\infty} \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) = U_{y=\infty} \left(1 - e^{-\frac{\delta}{d}}\right) \quad (17)$$

$$\delta = -\ln\left(\frac{1}{100}\right) \cdot d \approx 4,605 \cdot d \quad (18)$$



**Bild 3** Inhalt von Bild 2, dargestellt mit linearen Skalen  
Content of Fig. 2, shown with linear scales

### 3 Messung der thermischen Grenzschichtdicke $d$

Im Abschnitt 2 wurde die exponentielle Annäherung der durch Reibung an einer Oberfläche gebremsten Fluidgeschwindigkeit in x-Richtung (Abbremsgeschwindigkeit)  $U_{y=\infty} - U(y)$  an den Wert 0 m/s bei zunehmenden  $y$ -Werten beschrieben. Dieser konvektive exponentielle Prozess für das lokale Geschwindigkeitsgefälle  $dU_y/dy$  am Ort  $x$  wirkt auch auf die Temperaturverhältnisse im Grenzschichtbereich einer angeströmten Fläche. Unter der Annahme, dass ein vorgegebener Temperaturunterschied zwischen der Fläche und dem Fluid aufgrund des genannten Geschwindigkeitsgefälles  $dU_y/dy$ , in Normalenrichtung  $y$ , durch Wärmeabfuhr in x-Richtung analog zu Gl. (10) exponentiell abgebaut wird, kann die neudefinierte Grenzschichtdicke  $d$  auch für den exponentiellen Abbau dieser lokalen Temperaturdifferenz übernommen werden.

Damit lautet die entsprechende Gleichung:

$$T(y) - T_{y=\infty} = (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \cdot e^{-\frac{y}{d}} \quad (19)$$

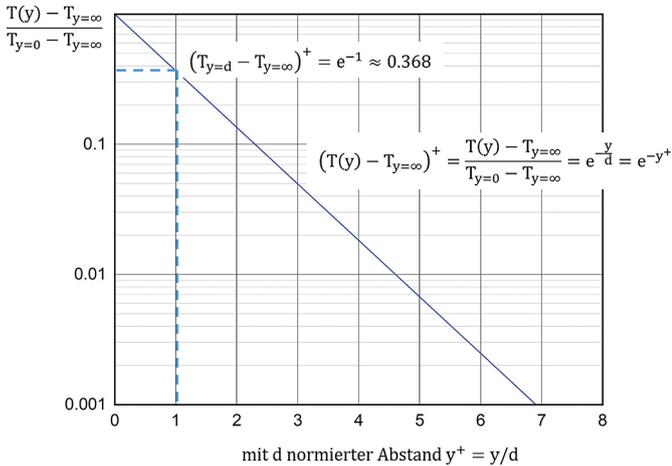
mit  $T(y)$ , der Lufttemperatur im Abstand  $y$  von der angeströmten Fläche in Normalenrichtung;  $T_{y=\infty}$ , der Lufttemperatur außerhalb der Grenzschicht;  $T_{y=0}$ , der Lufttemperatur unmittelbar an der angeströmten Fläche, also praktisch deren Oberflächentemperatur;  $d$ , der thermischen Grenzschichtdicke, für die gilt:

$$T_{y=d} - T_{y=\infty} = (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \cdot e^{-1} = \approx 0,368 \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \quad (20)$$

Die der Gl. (19) zugrunde liegende Differentialgleichung, welche den dissipativen Prozess beschreibt, lautet analog zu den Gln. (5) und (12):

$$-d \cdot \frac{dT}{dy} = T(y) - T_{y=\infty} \quad (21)$$

Bild 4 gibt den Zusammenhang von  $T(y)$ ,  $y$  und  $d$ , analog zu Bild 2, grafisch wieder.



**Bild 4** Graph der im logarithmischen Maßstab dargestellten Fluidtemperaturdifferenz  $T(y) - T_{y=\infty}$ . Dabei ist  $T(y)$  die Lufttemperatur, welche zustande kommt durch eine vorgegebene Temperaturdifferenz zwischen Konvektionsfläche ( $T_{y=0}$ ) und der Luft außerhalb der Grenzschicht ( $T_{y=\infty}$ ) sowie der Fluidbewegung. Graph of the fluid temperature difference  $T(y) - T_{y=\infty}$  shown in logarithmic scale. Here,  $T(y)$  is the air temperature, which results from a given temperature difference between convection surface ( $T_{y=0}$ ) and the air outside the boundary layer ( $T_{y=\infty}$ ), as well as the fluid motion.

Die hierbei verwendeten dimensionslosen, normierten Größen sind:

$$(T(y) - T_{y=\infty})^+ = \frac{T(y) - T_{y=\infty}}{T_{y=0} - T_{y=\infty}} \quad (22)$$

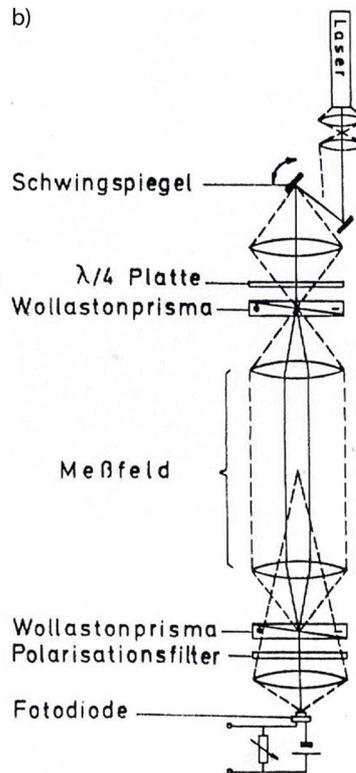
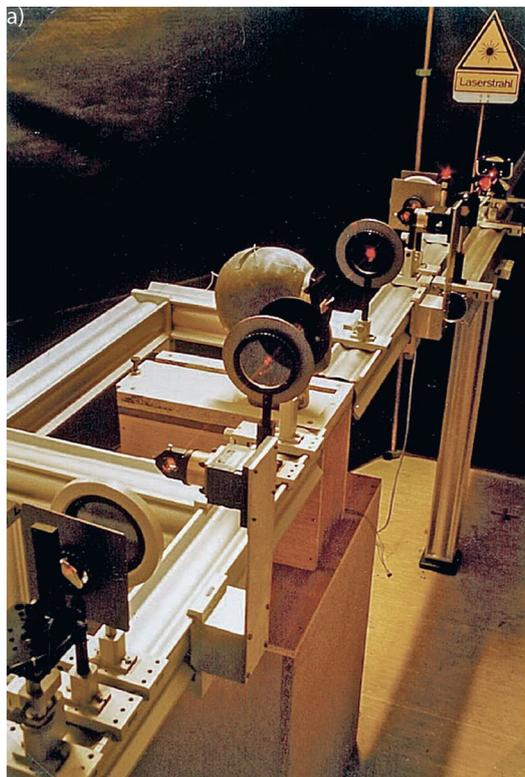
$$y^+ = \frac{y}{d} \quad (23)$$

Für  $y^+ = 1$ , also  $y = d$ , wird der Ordinatenwert  $(T(y) - T_{y=\infty})^+$  zu  $1/e \approx 0,368$ . Bild 4 beschreibt wie Bild 2 eine exponentielle Annäherung, hier von  $T(y) - T_{y=\infty}$ , bzw.  $(T(y) - T_{y=\infty})^+$  an den Wert 0 für zunehmende  $y$ -Werte.

Gegenüber der Messbarkeit der Grenzschichtdicke  $d$  der Geschwindigkeit  $U(y)$  (meist im Millimeterbereich und darunter) ist die Messbarkeit der thermischen Grenzschichtdicke  $d$  verhältnismäßig einfach. Im Folgenden werden eine optische (LDI) und eine thermische (CHM) Messmethode zur Grenzschichtdicken-Messung vorgestellt.

### 3.1 Messung von $d$ mit einem Laser-Differential-Interferometer (LDI)

Experimentell konnte Gl. (19), und damit die bereits genannte exponentielle Annäherung von  $T(y) - T_{y=\infty}$  an 0 K für zunehmende  $y$ -Werte, durch praktisch störungsfreie optische Messungen des Lufttemperaturgradienten an einem beheizten Körper am Fraunhofer IBP überprüft werden. Hierzu war im Rahmen von raumklimatischen Untersuchungen in einem Klimaraum ein beheizter künstlicher Kopf unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten ausgesetzt und der Lufttemperaturgradient in Kopf-



**Bild 5** Foto (a) und Aufbau (b) des Laser-Differential-Interferometers (LDI), aus [2]  
Photo (a) and setup (b) of the laser differential interferometer (LDI), from [2]

nähe mit einem Laser-Differential-Interferometer (LDI, Bild 5) ermittelt worden [2].

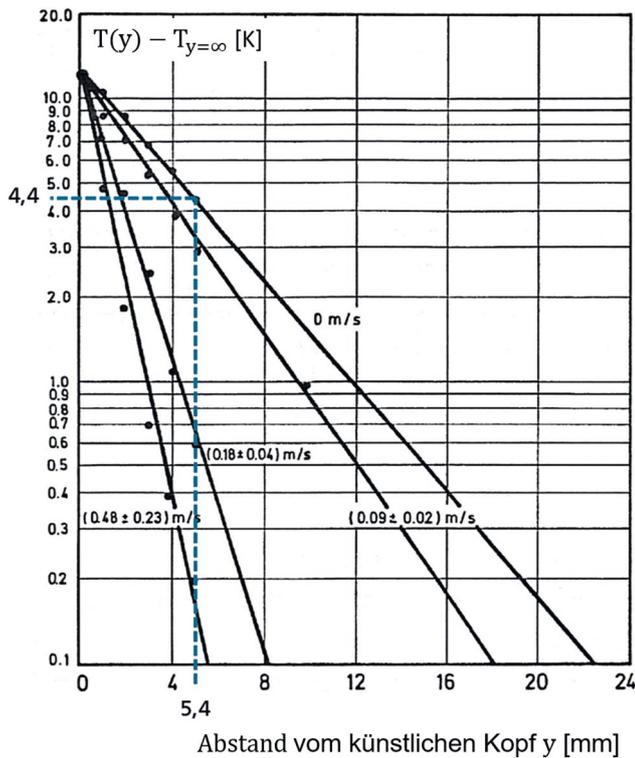
Wesentliches Merkmal des LDI ist die Aufteilung eines Laser-Lichtstrahls in zwei parallele interferenzfähige Teilstrahlen mit ca. 0,3 mm Abstand, welche über einen Schwingspiegel von 0 bis ca. 20 mm vor dem beheizten Kopf bewegt werden können. Aufgrund des Temperatur- und damit Dichtegefälles der Luft durchlaufen die beiden Teilstrahlen unterschiedlich lange optische Wege. Die in [2] näher beschriebene Auswertung der Interferenzergebnisse, d.h. Messwerte für  $T(y) - T_{y=\infty}$ , bei unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten, vermittelt Bild 6. Eingezeichnet sind die Messwerte für den Fall der ruhenden Luft

(Eigenkonvektion, oberste Messkurve) sowie für drei Luftgeschwindigkeiten bei unterschiedlicher Standardabweichung. Wie in Bild 4 wurde in Bild 6 für die Ordinate eine logarithmische Skala verwendet. Die grundsätzliche Übereinstimmung der Kurvenverläufe in beiden Bildern dokumentiert die bereits genannte exponentielle Annäherung von  $T(y)$  nach Gl. (19).

Aus den Messkurven in Bild 6 lässt sich die Grenzschichtdicke  $d$  grafisch ablesen, z.B. für  $U = 0$  m/s wird für den Ordinatenwert  $T_{y=d} - T_{y=\infty} = (T_{y=0} - T_{y=\infty})/e = 12 \text{ K}/e = 4,4 \text{ K}$  der Abszissenwert  $y = d = 5,4 \text{ mm}$  ermittelt (gestrichelte Geraden in Bild 6). Errechnen lässt sich  $d$  durch Logarithmieren von Gl. (19):

$$\ln(T(y) - T_{y=\infty}) = \ln(T_{y=0} - T_{y=\infty}) - \frac{y}{d} \quad (24)$$

$$d = \frac{y}{\ln(T_{y=0} - T_{y=\infty}) - \ln(T(y) - T_{y=\infty})} \quad (25)$$

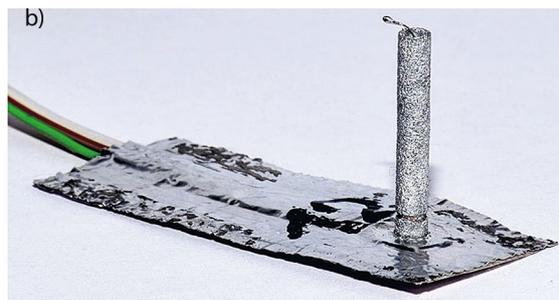
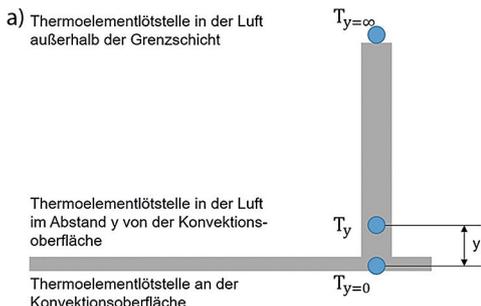


**Bild 6** Lufttemperaturdifferenz  $T(y) - T_{y=\infty}$  in Abhängigkeit vom Abstand  $y$  von einem beheizten künstlichen Kopf ( $34^\circ\text{C}$ ) abzüglich der Lufttemperatur im Messraum ( $22^\circ\text{C}$ ), gemessen bei vier unterschiedlichen Luftgeschwindigkeiten und unterschiedlichen Standardabweichungen – in einfach logarithmischer Darstellung, aus [2]  
Air temperature difference  $T(y) - T_{y=\infty}$  as a function of distance  $y$  from a heated artificial head ( $34^\circ\text{C}$ ) minus the air temperature in the measurement room ( $22^\circ\text{C}$ ), measured at four different air velocities and different standard deviations – in simple logarithmic representation, from [2]

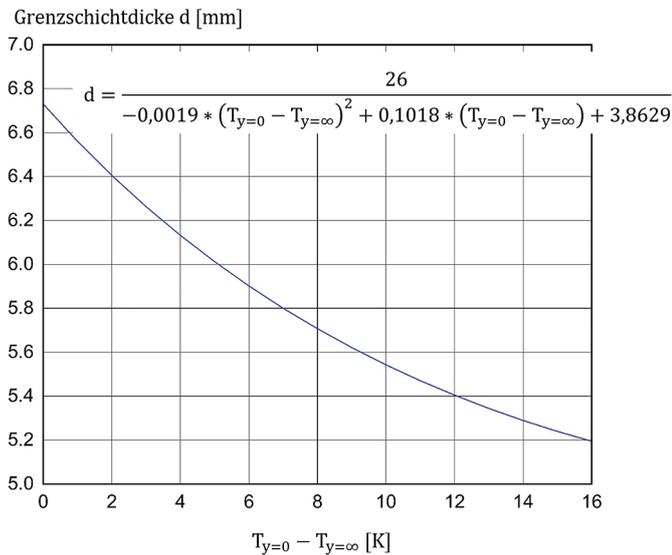
### 3.2 Messung von $d$ mit dem Convective Heattransfer Meter (CHM)

Gegenüber der genannten LDI-Grenzschichtdickenmessung mithilfe einer optischen Bank ist in vielen Anwendungsfällen die vergleichsweise raumsparende CHM-Messmethode praktikabler. Das hierfür am Fraunhofer IBP entwickelte Convective Heattransfer Meter (CHM) (siehe Patentschrift [3]) wird im Folgenden kurz beschrieben – eine ausführlichere Beschreibung ist in [4] zu finden. Der CHM-Sensor (Bild 7) besteht aus einem Stift, auf welchem zwei Thermoelemente montiert sind, welche die beiden Temperaturdifferenzen  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$  und  $T_y - T_{y=\infty}$  messen.

Die beiden Thermoelemente liefern für die hier z. B. verwendeten Metalldrähte-Kombination Kupfer-Konstantan ein Spannungssignal von  $43 \mu\text{V}$ , bei einer Temperaturdifferenz von  $1 \text{ K}$  [5, S. 94]. Der Abstand der Thermoelement-Lötstelle  $T(y)$  beträgt  $y \approx 2 \text{ mm}$ . Die Lötstelle zur Messung der Lufttemperatur  $T_{y=\infty}$  außerhalb der Grenzschicht befindet sich ca. 20 mm oberhalb der Lötstelle zur Messung der Oberflächentemperatur  $T_{y=0}$ . Über Zuleitungsdrähte oder mit entsprechender Elektronik drahtlos, werden die Thermospannungen einem Messverstärker



**Bild 7** Prinzipskizze (a) und Foto (b) des CHM [4]  
Principle sketch (a) and photo (b) of the CHM [4]



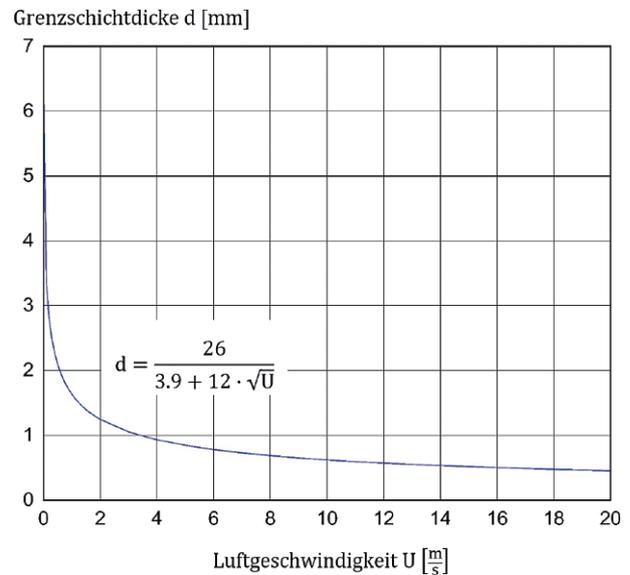
**Bild 8** Kurvenverlauf für die Grenzschichtdicke  $d$ , gemessen mit einem CHM auf einer beheizten Platte, ohne Zwangskonvektion ( $U_{y=\infty} = 0$  m/s), in Abhängigkeit von der Differenz von Platten- und Lufttemperatur  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$ .  
Curve for the boundary layer thickness  $d$ , measured with a CHM on a heated plate, without forced convection ( $U_{y=\infty} = 0$  m/s), as a function of the difference between plate and air temperature  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$ .

zugeführt und in einer Datenerfassungsanlage nach Gl. (25) in die Grenzschichtdicke  $d$  umgerechnet. Da die gemessenen Thermospannungen direkt proportional zu den Temperaturdifferenzen sind, entfallen vorteilhafterweise die Kalibrierfaktoren für die Umrechnung der gemessenen Thermospannungen und in Gl. (25) können unmittelbar die beiden gemessenen Thermospannungen eingesetzt werden.

In Bild 8 und Bild 9 sind Messergebnisse wiedergegeben, die mit dem beschriebenen CHM erfasst worden sind. Dabei war der Sensor auf einer Aluminiumplatte (Abmessungen: 100 mm × 60 mm × 1 mm) befestigt, die durch eine Heizfolie auf der Rückseite erwärmt wurde. Bild 8 zeigt die Ergebnisse von Eigenkonvektionsmessungen an der Platte. Hierzu wurde die Platte senkrecht in ein Gefäß mit ruhender Luft ( $U_{y=\infty} = 0$  m/s) gestellt. Mit zunehmender Differenz der Temperaturen von Platte (Messstelle  $T_{y=0}$ ) und Luft (Messstelle  $T_{y=\infty}$ ) und damit zunehmender Eigenkonvektion, nimmt  $d$  erwartungsgemäß ab, beginnend bei  $d = 6,7$  mm. Bei  $T_{y=0} - T_{y=\infty} = 10$  K beträgt die Grenzschichtdicke  $d \approx 5,5$  mm. Als Näherungspolynom wurde für diese Messungen ermittelt:

$$d = \frac{26}{-0,0019 \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty})^2 + 0,1018 \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) + 3,8629} \quad (26)$$

Für CHM-Messungen mit bewegter Luft (Zwangskonvektion) wurde die genannte beheizte Aluminiumplatte in einen Windkanal (beschrieben in [4]) eingebracht, wobei der Anstellwinkel 5 Grad betrug. Bild 9 gibt die Ergebnisse dieser Messungen für Luftgeschwindigkeiten  $U_{y=\infty}$  längs der Platte zwischen 0 m/s und 20 m/s wieder. Be-



**Bild 9** Kurvenverlauf für die Grenzschichtdicke  $d$ , gemessen mit einem CHM auf einer beheizten Platte, in Abhängigkeit von der Luftgeschwindigkeit  $U_{y=\infty}$ , mit zur Platte paralleler Anströmung (Anstellwinkel 5°).  
Curve for the boundary layer thickness  $d$ , measured with a CHM on a heated plate, as a function of the air velocity  $U_{y=\infty}$ , with the incident flow parallel to the plate (angle of attack 5°).

ginnend bei  $d = 6,7$  mm, nimmt  $d$  mit zunehmender Geschwindigkeit ab. Bei  $U_{y=\infty} = 10$  m/s betrug die Grenzschichtdicke  $d = \text{ca. } 0,6$  mm. Als Näherungsgleichung für den Messkurvenverlauf wurde ermittelt:

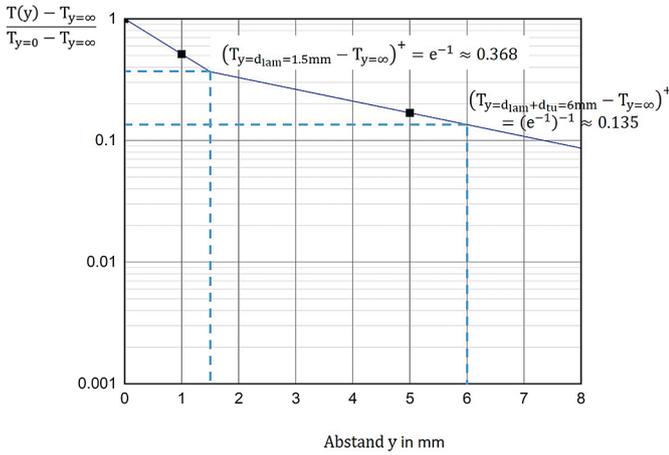
$$d = \frac{26}{3,9 + 12 \cdot \sqrt{U}} \quad (27)$$

### 3.3 Messung der Dicke der turbulenten Grenzschicht mit dem CHM

Bei turbulenten Strömungen – die in der Regel bei großen Luftgeschwindigkeiten auftreten – besitzt die turbulente Grenzschicht eine Zweischichtenstruktur, siehe Schlichting, Gersten [6, S.34]: „Der überwiegende Teil ist Reibungsschicht nur aufgrund der „Scheinreibung“ infolge turbulenter Schwankungsbewegung, dagegen unbeeinflusst von der Viskosität. In der demgegenüber sehr dünnen viskosen Unterschicht kommen dann die Einflüsse der Viskosität in Form „echter“ Reibungskräfte hinzu.“ Die beispielhafte Auswirkung dieses Sachverhalts auf den lokalen Temperaturverlauf  $T(y) - T_{y=\infty}$  am Ort  $x$  einer angeströmten Konvektionsfläche vermittelt Bild 10. Hier sind Beispielwerte von Temperaturverläufen  $T(y) - T_{y=\infty}$  mit logarithmischer Skala, für eine fiktive Messung mit turbulenter Strömung in Abhängigkeit vom Abstand  $y$  zur Konvektionsfläche aufgetragen. Es ergeben sich zwei Teilsegmente: in der wandnahen, viskosen Unterschicht und in der turbulenten Grenzschicht.

Angenommen wird hier:

$T_{y=0} - T_{y=\infty} = 1$  K. Die erste Messstelle des CHM soll 1 mm von der Konvektionsfläche entfernt sein ( $y = 1$  mm) und



**Bild 10** Beispielwerte von Temperaturverläufen  $T(y) - T_{y=\infty}$ , mit logarithmischer Skala wie in Bild 4, für eine fiktive Messung mit turbulenter Strömung in Abhängigkeit vom Abstand  $y$  zur Konvektionsfläche (unnormierte Darstellung). CHM-Messung mit zwei Messstellen:  $y_1 = 1 \text{ mm}$ ,  $y_2 = 5 \text{ mm}$ . Die Dicke der laminaren Grenzschicht ist  $d_{lam} = 1,5 \text{ mm}$ ; die Dicke der turbulenten Grenzschicht ist  $d_{tu} = 4,5 \text{ mm}$ ;  $d_{lam} + d_{tu} = 6 \text{ mm}$ .  
 Example values of temperature curves  $T(y) - T_{y=\infty}$ , with logarithmic scale as in Fig. 4, for a fictitious measurement with turbulent flow as a function of the distance  $y$  to the convection surface (unnormalized representation). CHM measurement with two measuring points:  $y_1 = 1 \text{ mm}$ ,  $y_2 = 5 \text{ mm}$ . The thickness of the laminar boundary layer is  $d_{lam} = 1.5 \text{ mm}$ ; the thickness of the turbulent boundary layer is  $d_{tu} = 4.5 \text{ mm}$ ;  $d_{lam} + d_{tu} = 6 \text{ mm}$ .

sich innerhalb der viskosen, laminaren Unterschicht befinden. Entsprechend Bild 10 ist  $T_{y=1 \text{ mm}} - T_{y=\infty} = 0,51 \text{ K}$ . Nach Gl. (25) folgt hieraus – die Dicke der laminaren Grenzschicht ist:

$$d_{lam} = \frac{1 \text{ mm}}{\ln(T_{y=0} - T_{y=\infty}) - \ln(T_{y=1 \text{ mm}} - T_{y=\infty})} \quad (28)$$

$$= \frac{1 \text{ mm}}{\ln(1) - \ln(0,51)} = 1,5 \text{ mm},$$

wie auch Bild 10 grafisch zu entnehmen ist.

Im oberhalb des laminaren Strömungsbereichs liegenden, vergleichsweise dickeren turbulenten Strömungsbereich fällt  $T(y) - T_{y=\infty}$  ab dem Ausgangswert  $T_{y=1,5 \text{ mm}} - T_{y=\infty} = 0,368 \text{ K}$  mit einer vergleichsweise flacheren Steigung wiederum exponentiell ab:

$$T(y) - T_{y=\infty} = (T_{y=d_{lam}=1.5 \text{ mm}} - T_{y=\infty}) \cdot e^{-\frac{y-d_{lam}}{d_{tu}}} \quad (29)$$

$$= 0,368 \cdot e^{-\frac{y-d_{lam}}{d_{tu}}}$$

Dabei ist  $d_{tu}$  die Dicke der turbulenten Grenzschicht. Nach Logarithmieren der Gl. (29) erhält man für die Dicke der turbulenten Grenzschicht  $d_{tu}$ :

$$d_{tu} = \frac{y - d_{lam}}{\ln(T_{y=d_{lam}} - T_{y=\infty}) - \ln(T(y) - T_{y=\infty})} \quad (30)$$

Für eine zweite Messstelle des CHM, die (hier)  $y = 5 \text{ mm}$  von der Konvektionsfläche entfernt sein und sich inner-

halb der turbulenten Grenzschicht befinden soll, betrage der Messwert für die fiktive Messung nach Bild 10:  $T_{y=5 \text{ mm}} - T_{y=\infty} = 0,17 \text{ K}$ . Nach Gl. (30) folgt hieraus:

$$d_{tu} = \frac{5 \text{ mm} - 1,5 \text{ mm}}{\ln(0,368) - \ln(0,17)} = 4,5 \text{ mm} \quad (31)$$

$$T_{y=d_{tu}} - T_{y=\infty} = (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \cdot e^{-1} \cdot e^{-1} = 0,135 \text{ K} \quad (32)$$

Die gesamte Dicke der lokalen Grenzschicht bei turbulenter Strömung am Messort  $x$  für das in Bild 10 wiedergegebene Messbeispiel beträgt somit:

$$d_{ges} = d_{lam} + d_{tu} = 1,5 \text{ mm} + 4,5 \text{ mm} = 6,0 \text{ mm} \quad (33)$$

Eine Ausführungsform des CHM-Sensors für die Messung der Dicke der turbulenten Grenzschicht (Doppelsensor) wurde zum Patent angemeldet.

#### 4 Ermittlung der konvektiven Wärmeübertragung

Die konvektive Wärmeübertragung eines Körpers mit der Oberflächentemperatur  $T_{y=0}$  und der Lufttemperatur (Fluidtemperatur) außerhalb der Grenzschicht  $T_{y=\infty}$  erfolgt nach Gl. (34):

$$q_c = h_c \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \quad (34)$$

mit  $q_c$ , der konvektiven Wärmestromdichte und  $h_c$ , dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten. Für  $y = 0$  gilt (z. B. nach [6]):

$$q_c = -\lambda \cdot \left( \frac{dT(y)}{dy} \right)_{y=0} \quad (35)$$

mit dem Wärmeleitkoeffizienten des Fluids (hier Luft) und dem Temperaturgradienten  $dT(y)/dy$  in Normalenrichtung  $y$  an der Körperoberfläche. Setzt man Gl. (34) und (35) gleich und formt entsprechend Gl. (19) um, ergibt dies die Differentialgleichung:

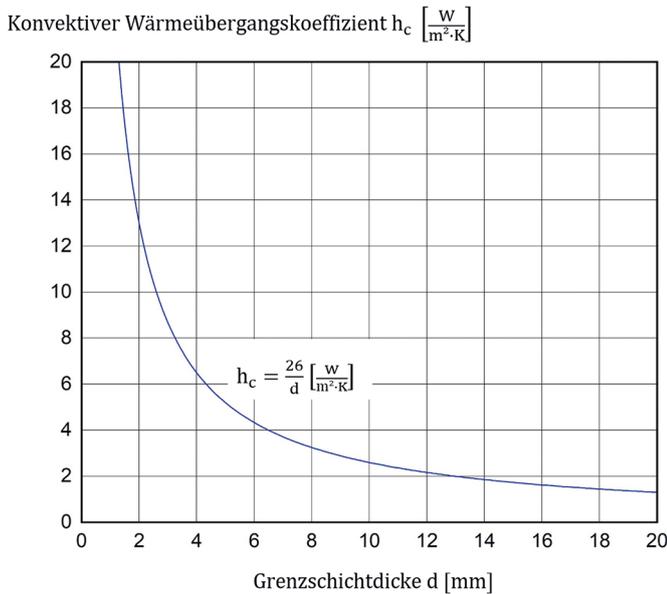
$$h_c \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) = -\lambda \cdot \left( \frac{dT(y)}{dy} \right)_{y=0} \quad (36)$$

$$= -\lambda \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \cdot \left( -\frac{1}{d} \right)$$

und somit

$$h_c = \frac{\lambda}{d} \quad (37)$$

Für  $d$  ist aufgrund der Bedingung  $y = 0$  nur die laminare Grenzschichtdicke  $d_{lam}$  (s. Abschnitt 3.3) zu verwenden. Für Luft ist  $\lambda_{Luft} = \text{ca. } 26 \cdot 10^{-3} \text{ W/mK}$  (bei ca.  $20^\circ\text{C}$ ) [5], S.42.



**Bild 11** Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient  $h_c$ , in Abhängigkeit von der laminaren Grenzschichtdicke  $d$   
Convective heat transfer coefficient  $h_c$ , as a function of laminar boundary layer thickness  $d$

Der Zusammenhang von  $h_c$  und  $d$ , nach Gl. (37), ist grafisch in Bild 11 wiedergegeben.

Mithilfe von Gl. (37) können die Ergebnisse der Grenzschichtdickenmessung mit dem CHM (Bild 8 und Bild 9) in  $h_c$ -Messwerte umgerechnet werden.

Bild 12 gibt den Kurvenverlauf für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $h_c$  in Abhängigkeit von der Differenz von Platten- und Lufttemperatur  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$  wieder. Das Näherungspolynom hierfür lautet:

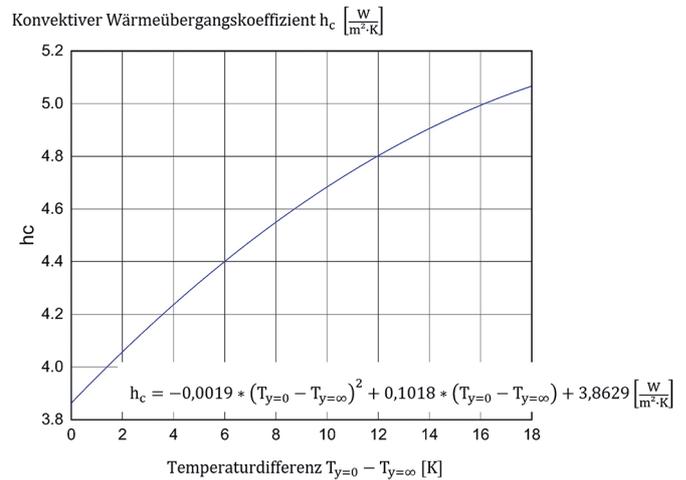
$$h_c = -0,0019 \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty})^2 + 0,1018 \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) + 3,8629 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (38)$$

Bild 13 gibt den Kurvenverlauf für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $h_c$  in Abhängigkeit von der Luftgeschwindigkeit  $U_{y=\infty}$  wieder. Das Näherungspolynom hierfür lautet:

$$h_c = 3,9 + 12 \cdot \sqrt{U} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (39)$$

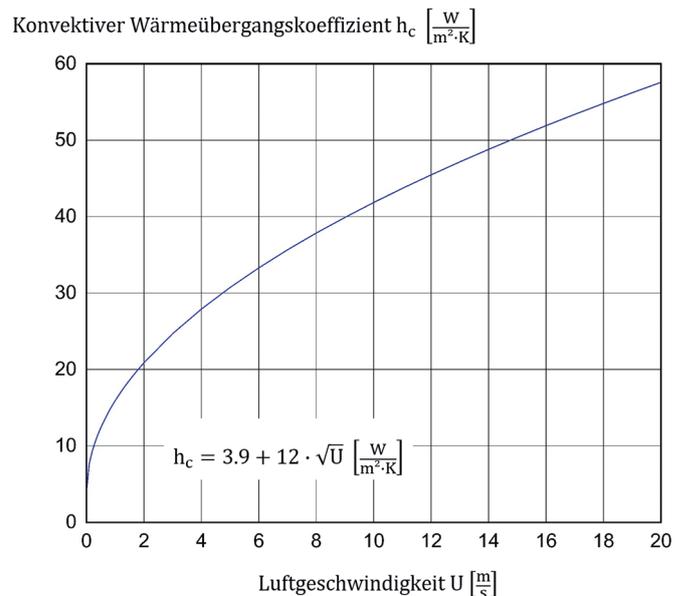
Der Anteil der Wärmeleitung von ruhender Luft am konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $h_c$  beträgt aufgrund der genannten Messergebnisse also  $3,9 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Dies ist in guter Übereinstimmung mit DIN EN ISO 6946:2018-03 [7]. Dort wird der entsprechende Wert mit  $4 \text{ W/m}^2\text{K}$  angegeben. Die durch Messung ermittelte Gl. (39) ist in guter Übereinstimmung mit der von Herr in [8, S.193] angegebenen Korrelation:

$$h_c = 2 + 12 \cdot \sqrt{U} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (40)$$



**Bild 12** Kurvenverlauf für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten  $h_c$ , gemessen mit einem CHM auf einer beheizten Platte, ohne Zwangskonvektion ( $U_{y=\infty} = 0 \text{ m/s}$ ), in Abhängigkeit von der Differenz von Platten- und Lufttemperatur  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$ ; Ergebnis aus Bild 8 und Gl. (37)

Curve plot for the convective heat transfer coefficient  $h_c$ , measured with a CHM on a heated plate, without forced convection ( $U_{y=\infty} = 0 \text{ m/s}$ ), as a function of the difference between plate and air temperature  $T_{y=0} - T_{y=\infty}$ ; result from Fig. 8 and equ. (37).



**Bild 13** Kurvenverlauf für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizient  $h_c$ , gemessen mit einem CHM auf einer beheizten Platte, in Abhängigkeit von der Luftgeschwindigkeit  $U_{y=\infty}$ , mit zur Platte paralleler Anströmung (Anstellwinkel  $5^\circ$ ); Ergebnis aus Bild 9 und Gl. (37).

Curve for the convective heat transfer coefficient  $h_c$ , measured with a CHM on a heated plate, as a function of the air velocity  $U_{y=\infty}$ , with inflow parallel to the plate (angle of attack  $5^\circ$ ); result from Fig. 9 and equ. (37)

Bei den in den Bildern 8, 9, 12 und 13 wiedergegebenen Ergebnissen von CHM-Messungen am Fraunhofer IBP wurde neben der konvektiven Wärmeübertragung auch eine Korrektur für den Wärmetransport im Material des CHM-Sensors berücksichtigt. Dies bedeutet einen Erkenntnisfortschritt (zum Patent angemeldet) gegenüber dem Entwicklungsstand des CHM zum Zeitpunkt der früheren Publikation [4], bei dem ausschließlich die thermische Wirkung der Konvektion auf die Messwerte des

Sensors berücksichtigt werden konnte. Die Folge sind Unterschiede in der Darstellung von Messergebnissen in [4], insbesondere bei den Bildern 6 und 8 in [4], gegenüber Bild 12 und Bild 13.

Abschließend ist festzustellen, dass mithilfe des CHM die lokale, durch Konvektion übertragene Wärmestromdichte  $q_c$  mithilfe der Gln. (34) und (37) und Einsetzen der Messwerte von  $d$  und  $T_{y=0} = 0 - T_{y=\infty}$  erfasst werden kann:

$$q_c = \frac{\lambda}{d} \cdot (T_{y=0} - T_{y=\infty}) \quad (41)$$

## 5 Ermittlung der Scherspannung, universelles Wandgesetz

### 5.1 Scherspannung

Mithilfe der gemessenen Dicke der viskosen Unterschicht  $d_{lam}$  (Abschnitt 3.3) kann analog zur thermodynamischen Größe konvektive Wärmestromdichte  $q_c$  die aerodynamische Größe Scherspannung oder Scherspannungswiderstand  $\tau$  ermittelt werden. Analog zu Gl. (35) gilt:

$$\tau = \eta \cdot \left( \frac{dU(y)}{dy} \right)_{y=0} \quad (42)$$

mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  des Fluids und dem Geschwindigkeitsgradienten  $(dU/dy)_{y=0}$  in Normalenrichtung, an der angeströmten Körperoberfläche ( $y = 0$ ). Bei Einsetzen von Gl. (10) in Gl. (42) folgt:

$$\tau = \eta \cdot \left( \frac{d \left( U_{y=\infty} - U_{y=\infty} \cdot e^{-\frac{y}{d}} \right)}{dy} \right)_{y=0} \quad (43)$$

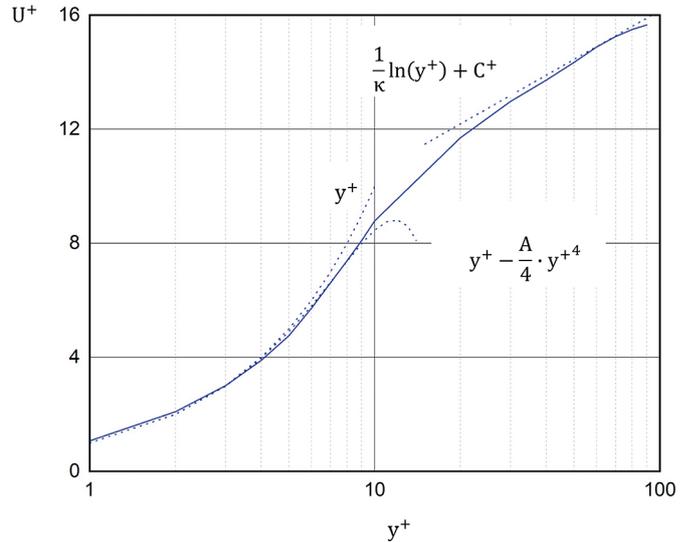
$$= \eta \cdot U_{y=\infty} \cdot e^0 \cdot \frac{1}{d} = \eta \cdot \frac{U_{y=\infty}}{d}$$

Für Luft ist  $\eta = \text{ca. } 1,8 \text{ Ns/m}^2$  (bei  $20^\circ\text{C}$ ) (siehe [5] S.42).

Mithilfe der CHM-Messmethode ist somit die Ermittlung des durch Strömungsreibung bedingten Anteils (Scherspannung) des Luftwiderstands – neben dem gesondert zu messenden Druckwiderstand (Formwiderstand) – am Befestigungsort des CHM möglich.  $U_{y=\infty}$  ist dabei die Relativgeschwindigkeit des Körpers, auf dessen Oberfläche das CHM montiert ist, zum Fluid.

### 5.2 Universelles Wandgesetz

Das „Universelle Wandgesetz“ beschreibt nach Schlichting und Gersten [6] den grundsätzlichen (universellen) Geschwindigkeitsverlauf in Grenzschichtnähe. Bild 14, nach [6, S.523], gibt Algorithmen für den Zusammen-



**Bild 14** Normierte Darstellung von „Universellem Kurvenverlauf“ von: Luftgeschwindigkeit  $U^+$  in der Grenzschicht einer Wand in Abhängigkeit vom Abstand  $y^+$  zur Wand, nach Schlichting [6, Bild 17.3., oben, S.523]

Normalized representation of “Universal curve progression” of: Air velocity  $U^+$  in the boundary layer of a wall as a function of the distance  $y^+$  to the wall, after Schlichting [6, Fig. 17.3. top, p.523]

hang der normierten Größen Geschwindigkeit  $U^+$  und Abstand  $y^+$  wieder, für drei  $y^+$ -Bereiche:

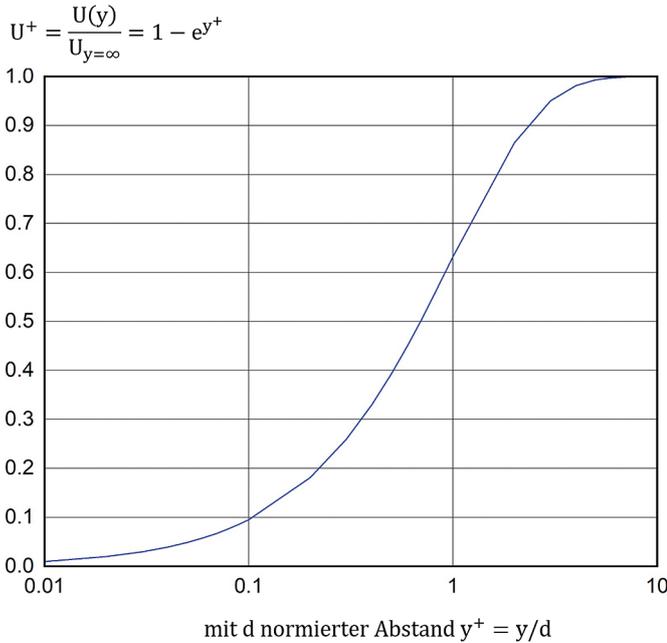
$$U^+ = \begin{cases} y^+ & 0 \leq y^+ < 5 \\ \frac{1}{\Lambda} \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot \ln \left( \frac{\Lambda \cdot y^+ + 1}{\sqrt{(\Lambda \cdot y^+)^2 - \Lambda \cdot y^+ + 1}} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left( \arctan \left( \frac{2 \cdot \Lambda \cdot y^+ - 1}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\pi}{6} \right) \right] & 5 < y^+ < 70 \\ \frac{1}{4 \cdot \kappa} \cdot \ln(1 + \kappa \cdot B \cdot y^+)^4 & 5 < y^+ < 70 \\ \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(y^+) + C^+ & y^+ > 70 \end{cases} \quad (44)$$

mit den Zahlenwerten:  $\kappa = 0,41$ ,  $A = 6,1 \cdot 10^{-4}$ ,  $B = 1,43 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Lambda = (A + B)^{1/3} = 0,127$ ,

$$C^+ = \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot \Lambda} + \frac{1}{4 \cdot \kappa} \cdot \ln(\kappa \cdot B) = 5,0$$

Bei der o. g. Formulierung des universellen Wandgesetzes und bei der Normierung der Größen  $U^+$  und  $y^+$ , wurden die Navier-Stokes-Gleichungen (Grundlage bei CFD-Berechnungen) verwendet. Außerdem wurde die von Prandtl 1904 formulierte Randbedingung  $U_{y=0} = 0 \text{ m/s}$  berücksichtigt.

Um den in Abschnitt 2.2 neu eingeführten und in Bild 2 dargestellten Algorithmus der exponentiellen Annäherung nach Gl. (16) mit Bild 14 vergleichen zu können, wurden in Bild 15 die Abszissen- und Ordinatenstellungen angepasst. Aufgetragen ist der Verlauf von



**Bild 15** Darstellung von  $U^+(y) = 1 - e^{-y^+}$  wie in Bild 2, mit der Ordinate im linearen Maßstab und der Abszisse  $y^+ = y/d$  im logarithmischen Maßstab  
Representation of  $U^+(y) = 1 - e^{-y^+}$  as in Fig. 2, with the ordinate in linear scale and the abscissa  $y^+ = y/d$  in logarithmic scale

$U^+(y) = \frac{U(y)}{U_{y=\infty}}$  im linearen Maßstab, in Abhängigkeit von  $y^+$  im logarithmischen Maßstab.

Die grundsätzliche Übereinstimmung der Kurven in Bild 14 und Bild 15 lassen auf eine Übereinstimmung der verwendeten Gleichungen schließen. Dabei ist der in Abschnitt 2.2 erläuterte Ansatz der exponentiellen Annäherung nach Gl. (16) vergleichsweise einfach und zeigt keine Unstetigkeit auf beim Übergang von der viskosen Unterschicht (für  $0 \leq y^+ < 5$ ) zum Bereich ( $5 < y^+ < 70$ ) und ( $y^+ > 70$ ).

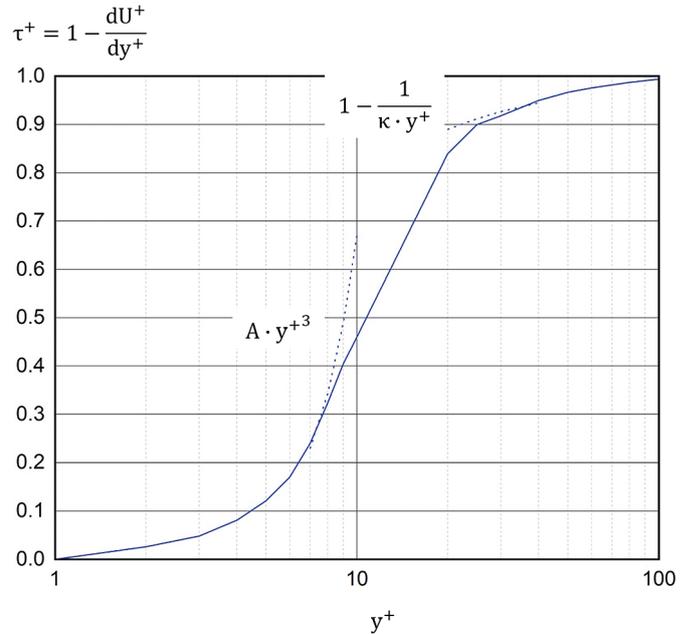
Diese Feststellung trifft ebenfalls zu bei der Betrachtung der „universellen Verteilung der Scherspannung  $\tau^+$ “. In Bild 16 ist der von Schlichting, Gersten in [6, S.523] wiedergegebene Verlauf der normierten Scherspannung in Abhängigkeit von  $y^+$  dargestellt, mit:

$$\tau^+ = 1 - \frac{dU^+(y)}{dy^+} \tag{45}$$

Bei Einsetzen von Gl. (16) folgt:

$$\tau^+ = 1 - e^{-y^+} \tag{46}$$

Die Übereinstimmung der Gln. (16) und (46) bzw. der Kurvenverläufe in Bild 14, Bild 15 und Bild 16 bestätigen den Nutzen der hier verwendeten exponentiellen Annäherung.



**Bild 16** Normierte Darstellung von „Universellem Kurvenverlauf“ und Messwerten von: Schubspannung (Scherspannung)  $\tau^+$  in der Grenzschicht einer Wand in Abhängigkeit vom Abstand  $y^+$  zur Wand, nach Schlichting [1, Bild 17.3., unten, S.523]  
Normalized representation of “Universal curve progression” and measured values of: Shear stress  $\tau^+$  in the boundary layer of a wall as a function of the distance  $y^+$  to the wall, after Schlichting [1, Fig. 17.3. bottom, p.523]

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Für den Nahbereich eines von einem Fluid angeströmten Körpers, mit der Geschwindigkeitskomponente  $U$  parallel zu dessen Oberfläche, wird der Abstand  $y$  senkrecht zur Fläche, bei dem  $U_{y=\infty}$  aufgrund von Reibung an der Oberfläche auf den Wert  $U_{y=\delta} = 0,99 \cdot U_{y=\infty}$  abgebremst wird, oft als Grenzschichtdicke  $\delta$  definiert – wobei nach Prandtl angenommen wird:  $U_{y=0} = 0$  m/s [1] und  $U_{y=\infty}$  ist die Geschwindigkeit  $U$  in  $x$ -Richtung außerhalb des Nahbereichs. Anstelle von  $\delta$  wird hier die Grenzschichtdicke  $d$  vorgeschlagen, welche den für Reibungsprozesse typischen Ansatz der exponentiellen Annäherung verfolgt. Nach der neuen Definition ist  $d$  der Abstand  $y$ , für den gilt:

$$U(y) = U_{y=\infty} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{y}{d}} \right)$$

d. h.

$$U_{y=d} = U_{y=\infty} \cdot \left( 1 - e^{-1} \right) = 0,632 \cdot U_{y=\infty}$$

Unter der begründeten Annahme, dass ein vorgegebener Temperaturunterschied zwischen einem Fluid und einer angeströmten Fläche aufgrund des Geschwindigkeitsgefälles  $dU_y/dy$  ebenfalls exponentiell abgebaut wird, kann die neudefinierte Grenzschichtdicke  $d$  durch Messung des exponentiellen Temperaturverlaufs in der Fluid-Grenzschicht ermittelt werden. Hierfür werden eine optische (Laser-Differential-Interferometer) und eine einfache

cher anzuwendende, am Fraunhofer IBP entwickelte CHM-Messmethode, vorgestellt. Messergebnisse, welche mit beiden Methoden gewonnen wurden, bestätigen den exponentiellen Ansatz und die Verwendbarkeit des CHM für die Praxis. Wie gezeigt wird, lassen sich aus den lokalen Messungen von  $d$  an einem Messort auf der Oberfläche eines angeströmten Körpers unmittelbar die lokalen Größen der konvektiven Wärmestromdichte und der Scherspannung des Körpers ermitteln. Ein Anwendungsfall der CHM-Messmethode könnte somit z. B. die Validierung von CFD-Berechnungen für den gesamten Körper sein. Das unter Verwendung der Navier-Stokes-Gleichungen entwickelte Universelle Wandgesetz, welches den Geschwindigkeitsverlauf von  $U$  in  $y$ -Richtung in der Grenzschicht mit zum Teil komplizierten Näherungsformeln wiedergibt [6], wird hier mit der einfachen exponentiellen Annäherungsformel wiedergegeben, bei grundsätzlich gleichem Kurvenverlauf und ohne un stetige Übergänge. Anwendungsfälle der CHM-Messmethode könnten

sein: die Optimierung des konvektiven Wärmeaustauschs durch bewegte Fluide oder die Reduktion von Strömungsreibung von bewegten Körpern (z. B. Flugzeug, Kfz, Schiff, Rotorblatt...).

Schließlich ist festzustellen, dass die nachgewiesene Messbarkeit des konvektiven Wärmetransports auch auf den Stofftransport übertragen werden kann. D. h. mithilfe der gemessenen Grenzschichtdicke  $d$  kann der exponentielle Abfall der Dichte einer emittierten Substanz (z. B. Wasserdampf) in  $y$ -Richtung ermittelt werden.

### Danksagung

Die Arbeit wurde teilweise vom Clean Sky 2 Regional IADP im Rahmen des Grant Agreement Nr. 945548 finanziert. Die Autoren sind für den Inhalt der Veröffentlichung verantwortlich.

### Literatur

- [1] Prandtl, L. (1904) *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*. Verhandlg. III. Intern. Math. Kongr. Heidelberg, S. 484–491.
- [2] Mayer, E. (1983) *Entwicklung eines Messgerätes zur getrennten und integrativen Erfassung der physikalischen Raumklimakomponenten* [Dissertation]. Technische Universität München.
- [3] Mayer, E.; Visser, M. (2020) *Vorrichtung und Verfahren zur Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten*. Patentschrift EP 3 446 087 B1 (28.10.2020).
- [4] Mayer, E.; Zegowitz, A.; Kersken, M. (2018) *Messung des konvektiven Wärmeübergangs – Entwicklung eines neuen Sensors und bauphysikalische Anwendungen*. Bauphysik 40, H. 5, S. 336–343.
- [5] Kohlrausch, F. (1968) *Praktische Physik*, Band 3. Stuttgart: Teubner.
- [6] Schlichting, H.; Gersten, K. (2006) *Grenzschichttheorie*. Berlin: Springer.
- [7] DIN EN ISO 6946:2018-03 (2018) *Bauteile-Wärmedurchlasswiderstand und Wärmedurchgangskoeffizient-Berechnungsverfahren*. Beuth, Berlin.
- [8] Herr, H. (2006) *Technische Physik*, Band 3. Wärmelehre. Europa-Lehrmittel.

### Autoren

Prof. Dr.rer.nat. Erhard Mayer (Korrespondenzautor)  
erhard.mayer@ibp-extern.fraunhofer.de  
Kiem-Pauli-Str. 10a  
83607 Holzkirchen

Dr.-Ing. Victor Norrefeldt  
victor.norrefeldt@ibp.fraunhofer.de  
Fraunhofer-Institut für Bauphysik IBP  
Fraunhoferstr. 10  
83626 Valley

### Zitieren Sie diesen Beitrag

Mayer, E.; Norrefeldt, V. (2023) *Neudefinition und Messung der Grenzschichtdicke an einer angeströmten Fläche – Ermittlung thermodynamischer und aerodynamischer Größen hieraus*. Bauphysik 45, H. 2, S. 96–106. <https://doi.org/10.1002/bapi.202200042>